

# 数 学

**第1問** 解答番号 1 ~ 12 に当てはまるものを、それぞれ2ページの a ~ e のうちから一つずつ選べ。

(1)  $a = \frac{2}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}, b = \frac{2}{\sqrt{5} + \sqrt{3}}$  とし,  $p = \frac{b}{a}, q = \frac{a}{b}$  とする。

(i)  $a + b = \text{1} \sqrt{\text{2}}, ab = \text{3}$  であり,  $a^3 + a^2b + ab^2 + b^3 = \text{4} \sqrt{\text{5}}$  である。

(ii)  $\left(p + \frac{1}{p}\right)^3 + \left(q + \frac{1}{q}\right)^3 = \text{6}$  である。また,  $x$  の不等式  $|px - q| < 1$  を満たす整数  $x$  は全部で 7 個ある。

(2) あるスポーツ教室に通う親子ペア6組をA~Fとし、ペアごとに子どもと親の身長を調べると次の表のようになった。また、親6人の平均値は168 (cm) であった。ただし、 $a$  は3桁の整数とする。

	A	B	C	D	E	F
子どもの身長 (cm)	174	165	174	180	171	168
親の身長 (cm)	169	161	169	$a$	169	167

(i) 子ども6人の第3四分位数は 8 (cm) である。また,  $a = \text{9}$  (cm) である。

(ii) あるとき、EとFのペアがそのスポーツ教室をやめて、新たにG、Hの親子ペア2組がその教室に通い始めた。Gの子どもの身長はEの子どもの身長と同じで、Hの子どもの身長は162 (cm) であった。このとき、G、Hのペアが入った後の子ども6人の身長の分散は 10 である。また、G、Hのペアの親の身長をそれぞれ  $b$  (cm),  $c$  (cm) とし、親6人の身長の平均値が167 (cm)、標準偏差が4 (cm) であるとき、 $b = \text{11}$  (cm) である。ただし、 $b, c$  は3桁の整数で  $b < c$  とする。このとき、子どもの身長と親の身長の相関係数を小数第3位を四捨五入して求めると 12 である。

番号 1 [ a 2          b 3          c 4          d 5          e 6          ]

番号 2 [ a 2          b 3          c 4          d 5          e 6          ]

番号 3 [ a 1                  b 2                  c 3                  ]  
          [ d  $8-2\sqrt{15}$           e  $8+2\sqrt{15}$                   ]

番号 4 [ a 4          b 8          c 16          d 32          e 36          ]

番号 5 [ a 2          b 3          c 4          d 5          e 6          ]

番号 6 [ a 124          b 200          c 324          d 512          e 1024          ]

番号 7 [ a 8          b 10          c 14          d 15          e 16          ]

番号 8 [ a 171          b 171.5          c 172.5          d 174          e 177          ]

番号 9 [ a 169          b 170          c 171          d 172          e 173          ]

番号 10 [ a 25          b 30          c 33          d 36          e 40          ]

番号 11 [ a 163          b 164          c 165          d 166          e 167          ]

番号 12 [ a 0.68          b 0.71          c 0.73          d 0.82          e 0.92          ]

**第2問**  $a$ を定数とし、2次関数  $f(x) = x^2 - 2ax + 2a^2 + 5a - 14$ がある。放物線  $y = f(x)$ を  $C$ とし、その頂点を  $P$ とする。解答番号  $\boxed{13} \sim \boxed{27}$ に当てはまるものを、それぞれ4ページの **a**～**e**のうちから一つずつ選べ。

(1) 点  $P$ の  $y$ 座標を  $a$ を用いて表すと、 $a^2 + \boxed{13}a - \boxed{14}$ であり、 $a$ の値が変化するとき、この  $y$ 座標の最小値は  $-\frac{\boxed{15}}{\boxed{16}}$ である。また、放物線  $C$ が  $x$ 軸と異なる2点で交わるような  $a$ の値の範囲は、 $\boxed{17} < a < \boxed{18}$ である。

(2) 放物線  $C$ が  $x$ 軸と異なる2点  $A, B$ で交わる時、線分  $AB$ の長さを  $a$ を用いて表すと、 $\boxed{19}\sqrt{-a^2 - \boxed{20}a + \boxed{21}}$ である。また、 $\triangle APB$ が正三角形となる時、 $a = \frac{-\boxed{22} \pm \sqrt{\boxed{23}}}{2}$ であり、 $\triangle APB$ が直角三角形となる時、 $a = \frac{-\boxed{24} \pm \sqrt{\boxed{25}}}{2}$ である。

(3) 関数  $f(x)$ の  $-1 \leq x \leq 3$ における最大値が5のとき、 $a = -\boxed{26}, \boxed{27}$ である。

番号 13 [ a 2          b 3          c 4          d 5          e 6          ]

番号 14 [ a 11          b 12          c 13          d 14          e 15          ]

番号 15 [ a 25          b 36          c 64          d 72          e 81          ]

番号 16 [ a 2          b 3          c 4          d 5          e 6          ]

番号 17 [ a -7          b -2          c 1          d 2          e 7          ]

番号 18 [ a 1          b 2          c 3          d  $\frac{7}{2}$           e  $\frac{9}{2}$           ]

番号 19 [ a  $\frac{1}{2}$           b 2          c 3          d  $\frac{7}{2}$           e 4          ]

番号 20 [ a  $\frac{5}{2}$           b 3          c  $\frac{7}{2}$           d 4          e 5          ]

番号 21 [ a 11          b 12          c 13          d 14          e 15          ]

番号 22 [ a 1          b 2          c 3          d 4          e 5          ]

番号 23 [ a 14          b 60          c 69          d 77          e 79          ]

番号 24 [ a 1          b 2          c 3          d 4          e 5          ]

番号 25 [ a 30          b 38          c 60          d 77          e 79          ]

番号 26 [ a 1          b 2          c  $\frac{5}{2}$           d 3          e  $\frac{7}{2}$           ]

番号 27 [ a  $\frac{-7-\sqrt{193}}{4}$           b  $\frac{-7+\sqrt{193}}{4}$           c 2          ]  
[ d  $\frac{5}{2}$           e 3          ]

**第3問**  $AB = 4$ ,  $BC = 5$ ,  $CA = 6$  の  $\triangle ABC$  がある。解答番号  $\boxed{28}$  ~  $\boxed{41}$  に当てはまるものを、それぞれ6ページの  $\mathbf{a} \sim \mathbf{e}$  のうちから一つずつ選べ。

(1)  $\cos \angle ABC = \frac{\boxed{28}}{\boxed{29}}$  であり、 $\triangle ABC$  の面積は  $\frac{\boxed{30}}{\boxed{31}}$  である。

(2) 辺  $BC$  上に  $AD = 3\sqrt{2}$  となる点  $D$  をとると、 $BD = \boxed{32}$  であり、 $\triangle ABD$  の外接円  $O$  の半径は  $\frac{\boxed{33}}{\boxed{34}}$  である。また、円  $O$  と辺  $AC$  の交点で  $A$  でない方を  $E$  とすると、 $\sin \angle DAE = \frac{\boxed{35}}{\boxed{36}}$ ,  $DE = \boxed{37}$  である。

(3) (2) のとき、 $BE = \frac{\boxed{38}}{\boxed{39}}$  であり、線分  $AD$  と  $BE$  の交点を  $F$  とすると、 $EF = \frac{\boxed{40}}{\boxed{41}}$  である。

番号 28 [ a 1          b 2          c 3          d 4          e 5          ]

番号 29 [ a 2          b 3          c 5          d 7          e 8          ]

番号 30 [ a  $3\sqrt{7}$       b  $15\sqrt{3}$       c  $15\sqrt{7}$       d  $21\sqrt{3}$       e  $21\sqrt{7}$       ]

番号 31 [ a 2          b 3          c 4          d 5          e 6          ]

番号 32 [ a  $\frac{3}{2}$           b 2          c  $\frac{9}{4}$           d 3          e  $\frac{10}{3}$           ]

番号 33 [ a  $2\sqrt{7}$       b  $4\sqrt{7}$       c  $4\sqrt{14}$       d  $7\sqrt{7}$       e  $5\sqrt{14}$       ]

番号 34 [ a 3          b 5          c 7          d 9          e 11          ]

番号 35 [ a  $\sqrt{7}$           b 3          c  $\sqrt{14}$       d 4          e 5          ]

番号 36 [ a 2          b 3          c 4          d 7          e 8          ]

番号 37 [ a  $\frac{3}{2}$           b 2          c  $\frac{9}{4}$           d 3          e  $\frac{10}{3}$           ]

番号 38 [ a  $5\sqrt{2}$       b  $5\sqrt{3}$       c 7          d 8          e  $5\sqrt{7}$       ]

番号 39 [ a 2          b 3          c 4          d 5          e 6          ]

番号 40 [ a  $5\sqrt{2}$       b  $3\sqrt{7}$       c  $7\sqrt{2}$       d 10          e 11          ]

番号 41 [ a 2          b 3          c 4          d 5          e 6          ]